

# Masterstudiengang Fachdidaktik Mathematik

## 1. Präambel

Das vorliegende Dokument beschreibt die gemeinsamen konzeptuellen Überlegungen der Pädagogischen Hochschulen PH FHNW und PHZH zum Masterstudiengang Fachdidaktik Mathematik. Es umfasst das zugrundeliegende wissenschaftliche Verständnis der Mathematikdidaktik sowie die Ziele, inhaltlichen Bereiche und anvisierten Kompetenzen der von beiden Institutionen gemeinsam angebotenen Lehrveranstaltungen. Weitere Bestandteile des Studiengangs (Erziehungswissenschaften, Forschungsmethodik, Hochschuldidaktik, Praktika, Masterarbeit) sowie die für das Masterstudium vorausgesetzten fachwissenschaftlichen Grundlagen werden im Folgenden nicht explizit thematisiert.

## 2. Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin

Mathematikdidaktik erforscht, entwickelt und erschliesst das Lehren und Lernen von Mathematik. Als (Bezugs-)Wissenschaft für den Mathematikunterricht besitzt sie eine normative, eine konstruktive und eine deskriptive Dimension: Die Mathematikdidaktik formuliert Aussagen darüber, welche Inhalte, Ziele und Kompetenzen für den Mathematikunterricht zentral sind (normative Dimension), entwickelt und evaluiert Lehrmaterialien bzw. Lernumgebungen (konstruktive Dimension) und erforscht das Lehren und Lernen von Mathematik, indem sie z.B. Lehrer-Schüler-Interaktionen im Mathematikunterricht, die Wirksamkeit bestimmter Faktoren auf die mathematische Schülerleistung oder mathematische (Fehl-)Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern empirisch untersucht (deskriptive Dimension). Dabei verbindet und systematisiert sie die verschiedenen Dimensionen und ihre vielfältigen Themenfelder.

Weil sich die Mathematikdidaktik (wie im Übrigen jede Fachdidaktik) nicht nur an der eigenen Fachdisziplin Mathematik, sondern auch an jenen der Erziehungswissenschaften, der Psychologie, der Soziologie usw. orientiert, konstituiert sie sich interdisziplinär. Dadurch folgt sie zwangsläufig verschiedenen disziplinären Logiken und muss sich im Spannungsfeld der Bezugswissenschaften positionieren.

Die Fragestellungen und Ziele mathematikdidaktischer Forschung sind entsprechend komplex und vielfältig. Die vorliegende Konzeption des Masterstudiums Mathematikdidaktik möchte diese Vielfalt widerspiegeln.

## 3. Ziele des Masterstudiums

Die Ausbildung im Masterstudium Fachdidaktik Mathematik fördert den Aufbau spezifischer Kompetenzen, die als grundlegende Voraussetzung dafür gesehen werden,

- eine wissenschaftsfundierte Lehre in der Aus- und Weiterbildung von Mathematiklehrpersonen planen, durchführen und reflektieren zu können («mathematikdidaktische Lehrkompetenz»),
- fachdidaktisch ausgerichtete Forschungs- und Entwicklungsvorhaben zu planen, durchzuführen und zu evaluieren («mathematikdidaktische Forschungskompetenz») und

- mathematikdidaktische Erkenntnisse kritisch zu rezipieren und für Schule und Gesellschaft zu nutzen und zu kommunizieren (z.B. in der Unterrichtspraxis, Lehrmittelentwicklung oder Bildungspolitik).

## 4. Inhaltliche Bereiche

Die von beiden Pädagogischen Hochschulen gemeinsam angebotenen Lehrveranstaltungen in der Fachdidaktik Mathematik beinhalten drei Bereiche, die zusammen 30 ECTS umfassen. Die Bereiche dienen als Orientierung bei der konkreten Entwicklung der fachdidaktischen Lehrveranstaltungen. Die nachfolgende Darstellung erhebt dabei weder den Anspruch, zueinander disjunkte Bereiche zu beschreiben, noch die ganze thematische Bandbreite der Mathematikdidaktik abzubilden.

### Bereich 1: «Lehren und Lernen von Mathematik» (12 ECTS)

Im Mittelpunkt dieses Bereichs stehen die Grundformen des Lehrens und Lernens von Mathematik – ihre Gemeinsamkeiten und Unterschiede bezogen auf verschiedene Kompetenzaspekte, Themen und Kernideen der Schulmathematik. Mathematisches Lernen wird – wie in anderen Disziplinen – als kognitiv-konstruktivistischer Prozess verstanden. Verstehen hängt aus kognitionspsychologischer und fachdidaktischer Sicht zentral von den Eigenheiten des zu verstehenden Inhalts ab. Was das Lehren und Lernen von Mathematik im Vergleich zu anderen Disziplinen unterscheidet, sind Besonderheiten, die weder durch allgemeine Lehr-Lern-Theorien noch durch fächerübergreifende fachdidaktische Aspekte erklärt werden können. Im Folgenden seien exemplarisch einige Punkte genannt:

- Mathematische Objekte (Zahlen, geometrische Formen, ...) sind abstrakter Art, die in ihrer idealisierten Form in der Welt nicht real existieren und die mithilfe einer formalen Sprache beschrieben werden. In diesem Kontext ist die besondere Bedeutung von didaktischen Materialien und Visualisierungen sowie der Sprache im Hinblick auf den Aufbau mathematischen Verständnisses, mentaler Modelle und für die Begriffsbildung zu sehen.
- Der Aufbau der Mathematik (insbesondere auch der Schulmathematik) ist kumulativ. Dies stellt den Mathematikunterricht vor besondere Schwierigkeiten bzw. Herausforderungen. Nicht vorhandene Kompetenzen können den weiteren Lernverlauf entscheidend beeinträchtigen. Deshalb muss beim Lehren und Lernen von Mathematik der Umgang mit Präkonzepten, typischen Verstehenshürden und Fehlvorstellungen im Mathematikunterricht für eine produktive Unterstützung längerfristiger Lernprozesse besondere Bedeutung beigemessen werden.
- Mathematik lässt sich unter dem Aspekt der Anwendungsorientierung und der Strukturorientierung betrachten: Die Mathematik ist die Sprache und damit das Werkzeug der Naturwissenschaften und der Technik (Anwendungsorientierung), gleichzeitig hat sie aber losgelöst davon ihren eigenen Wert – als Wissenschaft der Muster und Strukturen. Unter dieser Perspektive stehen Beziehungen zwischen mathematischen Objekten im Fokus (Strukturorientierung).
- In den Naturwissenschaften können Theorien empirisch nur falsifiziert, aber nicht abschliessend bewiesen werden. In der Mathematik hingegen können Beweise geführt werden, indem ausgehend von Axiomen weitere Aussagen logisch geschlussfolgert werden.

- Aufgaben stellen im Mathematikunterricht den zentralen Ausgangspunkt für Lernprozesse dar und prägen die Unterrichtsgestaltung weit mehr als in anderen Fächern. Deshalb sind das Erkennen, Entwickeln und Nutzen des Potenzials von Aufgaben (z.B. für den Aufbau prozessbezogener Kompetenzen) relevant für das Lehren von Mathematik.

Die Studierenden...

- können Theorien und empirische Erkenntnisse über das Lehren und Lernen von Mathematik und ihrer möglichen Anwendungsbereiche überblicken und systematisch einordnen.
- können Konzepte des mathematischen Lehrens und Lernens, insbesondere über Schülervorstellungen und typische Schwierigkeiten, im Kontext aktueller Forschungsergebnisse verorten und z.B. für die Analyse von Schülerfehlern nutzen.
- sind fähig und bereit, sich mit Ideen, Konzepten und Theorien von Mathematikunterricht (kritisch) auseinanderzusetzen.
- können Lehr- und Lernarrangements situations- und sachgemäss im Hinblick auf die Kompetenzentwicklung gestalten sowie Mathematikunterricht und Lernprozesse analysieren.

## **Bereich 2: «Themen- und Forschungsfelder der Mathematikdidaktik» (12 ECTS)**

In diesem Bereich wird die Mathematikdidaktik mit ihren Themenfeldern (z.B. Rechenschwäche, Sprache und Mathematik, frühe mathematische Bildung, mathematikdidaktische Unterrichtsqualität) und Forschungsbereichen (z.B. Stoffdidaktik, Unterrichtsforschung, Kompetenzmodellierung, Lehr-/Lernforschung) betrachtet. Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin erfordert von zukünftigen Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktikern sowohl vertieftes und vernetztes Wissen über die Themenfelder und Forschungsbereiche, als auch theoretische und praktische Kompetenzen im Bereich Forschung und Entwicklung. An ausgewählten Fallbeispielen werden forschungsmethodische Herausforderungen und Probleme thematisiert sowie anhand von Gütekriterien qualitativer bzw. quantitativer Forschung bewertet.

Die Studierenden...

- kennen zentrale Themen- und Forschungsfelder der Mathematikdidaktik und können daraus Konsequenzen für das Lehren und Lernen von Mathematik ableiten.
- kennen aktuelle Ansätze und Strömungen der Mathematikdidaktik und können sich zu diesen positionieren.
- können mathematikdidaktische Forschungsarbeiten, -methoden und -ergebnisse exemplarisch rezipieren und kritisch betrachten.

## **Bereich 3: «Mathematik und Gesellschaft» (6 ECTS)**

Dieser Bereich zielt auf das Wesen und die Bedeutung der Mathematik im gesellschaftlichen Kontext. Häufig besteht eine Diskrepanz zwischen der Wahrnehmung der Bedeutung von Mathematik als Schulfach und Überzeugungen zum Wesen von Mathematik von Erwachsenen (auch Lehrpersonen). In diesem Bereich stellt sich die Frage nach der Ausrichtung und den Zielen des Mathematikunterrichts aus verschiedenen Perspektiven. So haben sich die Bildungsziele von Mathematikunterricht im Verlauf der Zeit entwickelt (z.B. Abkehr vom bürgerlichen

Rechnen, Diskussion um mathematical literacy oder Mathematik für alle, Bedeutung von Verstehensorientierung). Entsprechend ist mathematische Bildung heute stärker in den politischen Fokus gelangt, insbesondere im Zusammenhang mit Leistungsmessung, Zuweisungsentscheidungen und Bildungsmonitoring, als Grundlage für berufliche Bildungswege oder für eine Teilhabe an Politik und Gesellschaft. Auch der digitale Wandel beeinflusst Ziele und Gestaltung des Mathematikunterrichts zunehmend.

Die Studierenden...

- setzen sich mit unterschiedlichen Überzeugungen zur Natur der Mathematik und zum Lehren und Lernen von Mathematik auseinander.
- sind in der Lage, Wesen und Bedeutung der Mathematik und der mathematischen Bildung im gesellschaftlichen und wissenschaftlichen Kontext (z.B. historische und philosophische Aspekte) einzuordnen.
- sind mit mathematischen Kompetenzmodellen, Bildungsstandards, Curricula und Konzepten von Lehrmitteln vertraut und können bildungspolitische Leitideen mit den Ansprüchen des Fachs und den schulischen und ausserschulischen Lehr- und Lernmöglichkeiten in Beziehung setzen.

## 5. Lehrveranstaltungen

	<b>Bereich 1</b>	<b>Bereich 2</b>	<b>Bereich 3</b>
	Lehren und Lernen von Mathematik	Themen- und Forschungsfelder der Mathematikdidaktik	Mathematik und Gesellschaft
	<b>12 ECTS</b>	<b>12 ECTS</b>	<b>6 ECTS</b>
<b>FS 26</b>	Herausforderungen beim Lehren und Lernen von Mathematik (3 ECTS)	Mathematikdidaktik unter internationaler Perspektive (3 ECTS)	
<b>HS 26</b>	Stufenspezifische Aspekte der Mathematikdidaktik A (3 ECTS)	Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin (3 ECTS)	
<b>FS 27</b>	Stufenspezifische Aspekte der Mathematikdidaktik B (3 ECTS)	Aktuelle Themen der Mathematikdidaktik A (3 ECTS)	Bildungspolitische Entwicklungen im Bereich Mathematik(unterricht) (3 ECTS)
<b>HS 27</b>	Wahrnehmung, Analyse und Reflexion von Mathematikunterricht (3 ECTS)	Aktuelle Themen der Mathematikdidaktik B (3 ECTS)	Historische und gesellschaftliche Aspekte von Mathematik(unterricht) (3 ECTS)

Veranstaltung der PH FHNW

Veranstaltung der PHZH